

محاضرات الدفتر

القسم : رياضيات / صبر السنة : الرابعة المادة : نظرية الجبر المحاضرة : الخامسة

مبرهنة :

لأي حرك فوق الملة التبديلية والواحدة R ، فإن مجموعة تحقيقات الاستعداد الحرفية A هي $\text{Der}(A)$ تشكل حرك فوق الملة R

البرهان :

دعنا نثبت البرهنة أن المجموعة $\text{Der}(A)$ هي حرك فوق الملة R

نثبت العلاقة $[-] : \text{Der}(A) \times \text{Der}(A) \rightarrow \text{Der}(A)$

$$(d_1, d_2) \rightarrow [d_1, d_2] = d_1 d_2 - d_2 d_1$$

نكون في أن $[d_1, d_2] = d_1 d_2 - d_2 d_1$ تحققت استنتاج A

$$\forall x, y \in A \Rightarrow [d_1, d_2](x+y) = (d_1 d_2 - d_2 d_1)(x+y)$$

$$= d_1 d_2(x+y) - d_2 d_1(x+y)$$

$$= d_1(d_2(x+y)) - d_2(d_1(x+y))$$

$$= d_1([d_2(x) + d_2(y)]) - d_2([d_1(x) + d_1(y)])$$

$$= d_1(d_2(x)) + d_1(d_2(y)) - d_2(d_1(x)) - d_2(d_1(y))$$

$$= [d_1, d_2](x) + [d_1, d_2](y)$$

$$\forall x \in R \quad \forall d_1, d_2 \in \text{Der}(A) \quad [d_1, d_2](x)$$

$$= (d_1 d_2 - d_2 d_1)(x) = d_1 d_2(x) - d_2 d_1(x)$$

$$= d_1(d_2(x)) - d_2(d_1(x))$$

$$= d_1(d_2(x)) - d_2(d_1(x))$$

$$= [d_1, d_2](x)$$

$$\forall x, y \in A \quad [d_1, d_2]([x, y])$$

$$= (d_1 d_2 - d_2 d_1)([x, y])$$

$$= d_1 d_2([x, y]) - d_2 d_1([x, y])$$

$$= d_1([d_2(x), y] + [x, d_2(y)]) - d_2([d_1(x), y] + [x, d_1(y)])$$

$$= d_1([d_2(x), y] + [x, d_2(y)]) - d_2([d_1(x), y] + [x, d_1(y)])$$

$$= [d_1, d_2](x, y) + [d_1, d_2](x, y) + [d_1, d_2](x, y) + [d_1, d_2](x, y)$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$- [d_1 d_2(x), y] - [d_1(x), d_2(y)] - [d_2(x), d_1(y)] - [x, d_1 d_2(y)]$$

$$= [d_1 d_2(x), y] + [x, d_1 d_2(y)] - [d_2 d_1(x), y] - [x, d_2 d_1(y)]$$

$$= [d_1 d_2(x) - d_2 d_1(x), y] + [x, d_1 d_2(y) - d_2 d_1(y)]$$

$$= [[d_1, d_2](x), y] + [x, [d_1, d_2](y)]$$

دسته جبهه انت تجيب اسئله

تأثيرات العلاقة [,] تجيب ولزمن ان العملية [,] تسمى شعوب جبرية

$$\forall d \in Der(A) : [d, d] = dd - dd = 0$$

$$d_1, d_2, d_3 \in Der(A) : [d_1 + d_2, d_3] = (d_1 + d_2)d_3 - d_3(d_1 + d_2)$$

تجيب
سبب توزيع الدفتر على
علاقته انشكاز الدفتر

$$= d_1 d_3 + d_2 d_3 - d_3 d_1 - d_3 d_2$$

$$= d_1 d_3 - d_3 d_1 + d_2 d_3 - d_3 d_2$$

$$= [d_1, d_3] + [d_2, d_3]$$

تسبب الجبرية جبهه

$$[d_1, d_2 + d_3] = [d_1, d_2] + [d_1, d_3]$$

$$\forall \alpha \in R \quad \forall d_1, d_2 \in Der(A) : [\alpha d_1, d_2] = (\alpha d_1)d_2 - d_2(\alpha d_1)$$

$$= \alpha(d_1 d_2) - \alpha d_2 d_1$$

$$= \alpha(d_1 d_2 - d_2 d_1)$$

$$= \alpha [d_1, d_2]$$

تسبب الجبرية جبهه ان $\alpha [d_1, d_2] = [d_1, \alpha d_2]$

$$\forall d_1, d_2, d_3 \in Der(A) :$$

$$(1) [d_1, [d_2, d_3]] = d_1 [d_2, d_3] - [d_2, d_3] d_1$$

$$= d_1 (d_2 d_3 - d_3 d_2) - (d_2 d_3 - d_3 d_2) d_1$$

$$= d_1 d_2 d_3 - d_1 d_3 d_2 - d_2 d_3 d_1 + d_3 d_2 d_1$$

$$(2) [d_2, [d_3, d_1]] = d_2 [d_3, d_1] - [d_3, d_1] d_2$$

$$= d_2 (d_3 d_1 - d_1 d_3) - (d_3 d_1 - d_1 d_3) d_2$$

$$= d_2 d_3 d_1 - d_2 d_1 d_3 - d_3 d_1 d_2 + d_1 d_3 d_2$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$\begin{aligned} (3) [d_3, [d_1, d_2]] &= d_3 [d_1, d_2] - [d_1, d_2] d_3 \\ &= d_3 (d_1 d_2 - d_2 d_1) - (d_1 d_2 - d_2 d_1) d_3 \\ &= d_3 d_1 d_2 - d_3 d_2 d_1 - d_1 d_2 d_3 + d_2 d_1 d_3 \end{aligned}$$

نجمع الحدود

$$(1) + (2) + (3) = d_1 d_2 d_3 - d_2 d_1 d_3$$

تحديد:

ليكن A هو لي فوق الحلقة R عني أيًا ما $a \in A$ نيات اللاتة

$$d_a : A \rightarrow A$$

$$\forall x \in A \quad d_a(x) = [a, x]$$

هي تعيين اشتقاق A

الذاتية

$$\forall x, y \in A \quad x = y \Rightarrow [a, x] = [a, y]$$

$$\Rightarrow d_a(x) = d_a(y)$$

$$\begin{aligned} \forall x, y \in A \quad d_a(x+y) &= [a, x+y] = [a, x] + [a, y] \\ &= d_a(x) + d_a(y) \end{aligned}$$

$$\forall \alpha \in R \quad x \in A \quad d_a(\alpha x) = [a, \alpha x] = \alpha [a, x] = \alpha d_a(x)$$

$$d_a([x, y]) = [a, [x, y]] = [a, [x, y]] + [a, [y, x]] + [y, [a, x]] = 0$$

$$[a, [x, y]] = [x, [y, a]] - [y, [a, x]]$$

$$[a, [x, y]] = [x, [a, y]] + [[a, x], y]$$

$$= [x, d_a(y)] + [d_a(x), y]$$

$d_a \in$ تعيين اشتقاق

تعيين: ليكن A هو لي فوق الحلقة R للحد $a \in A$ نيات تعيين اشتقاق d_a

تعيين اشتقاق وافي A نيات مجموعة تعيينات اشتقاق الإضافية A نيات $\text{Inn} A$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

نضع مبدئية هذا التعريف: $\text{Aut}(A) \subset \text{Inn}(A)$ $\phi \neq \text{id}$ $\phi \in \text{Aut}(A)$ $\phi \in \text{Inn}(A)$

تعريف:

لدينا A هي مجموعة المثلثة R و M مجموعة جزئية غير طالية في A نقول ان M هي مجموعة جزئية في A اذا كانت

(1) M مودول جزئي في A

(2) $[a, b] \in M$ $\forall a, b \in M$ في خاتمة بالنسبة للعنصر

تعريف:

لدينا A هي مجموعة المثلثة R نقول ان المجموعة الجزئية غير الطالية I في A هي

(1) I هي مودول جزئي في A

(2) $a \in A$ $x \in I$ $[a, x] \in I$

او عينا آخر $a \in A$ $x \in I$ $d_a(x) \in I$

تعريف:

نسب ان I هي مجموعة جزئية في A هي

المثلثة:

لدينا A هي مجموعة المثلثة R ولدينا I مثلثة في A

(1) I هي مودول جزئي في A

(2) $[x, y] \in I$ $\forall x, y \in I$

ومثلثات $I \subset A$ $x \in A$ ومنه

$[x, y] = d_x(y) \in I$

ومنه يات I هي مجموعة جزئية في A

نلاحظ:

في اي مجموعة A I هي مجموعة جزئية في A و I هي مجموعة جزئية في A

محاضرات الدفتر

القسم : السنة : المادة : المحاضرة :

تعريف:

لكن A حركي مغلق الحلقة R ونفرض ان S حركي جزئي في A نسبه
الحلقة
 $N(S) = \{a : a \in A, da(s) \subseteq S\}$

منظم S في A

تحديد

لكن A حركي نسبه R الملت R حركي جزئي في A ! ان الحلقة
 $N(S) = \{a : a \in A, da(s) \subseteq S\}$

تعد حركي جزئي في A

البرهان

داعية ان $da(s) \subseteq A$ لان $a \in A$ و $da(s) = \{0\} \subseteq A$

$$\forall \alpha, \beta \in R \quad \forall a, b \in N(S)$$

ولنرى ان $\alpha a + \beta b \in N(S)$

داعية ان $\alpha a + \beta b \in A$ لان $a, b \in A$ و $\alpha, \beta \in R$

$$d_{(\alpha a + \beta b)}^{(u)} = [\alpha a + \beta b, u] = [\alpha a, u] + [\beta b, u]$$

$$= \alpha [a, u] + \beta [b, u]$$

$$= \alpha \underbrace{da(a)}_{\in S} + \beta \underbrace{da(b)}_{\in S} \in S$$

ولنرى ان $\alpha a + \beta b \in N(S)$ حسب تعريف $N(S)$ فبما $\alpha a + \beta b \in A$ و $da(\alpha a + \beta b) \subseteq S$ فبما $N(S)$ يكون مغلق جزئي

$$\forall a, b \in N(S)$$

ولنرى ان $[a, b] \in N(S)$

داعية ان $[a, b] \in A$ لان $a, b \in A$ و $[a, b] \in A$

$$d_{[a, b]}^{(u)} = [[a, b], u] = [u, [a, b]] + [a, [b, u]] + [b, [u, a]] = 0$$

$$[[a, b], u] = [a, [b, u]] + [b, [u, a]] = [a, da(b)] + [b, da(u)]$$

$$= \underbrace{da(da(b))}_{\in S} - \underbrace{db(da(u))}_{\in S}$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$d_{[a,b]}(x) = [[a,b], x] \in S$$

دالة في a

دالة تعريف المجموعة $N(a)$ لـ $a \in N(a)$ $[a,b] \in N(a)$

في $N(a)$ لـ $a \in N(a)$ $N(a)$ لـ $a \in N(a)$

انتقلت المحاضرة